応用数理特別講義 V

1 月 21 日 (月)〜1 月 25 日 (金)

14:40 - 16:40 数理科学研究科 (駒場)123 号室

田端 正久 氏（九州大学大学院数理学研究院）

流れ問題の有限要素解析とその応用

講義内容：

流れ問題の有限要素解析について講義し，その応用を紹介する．有限要素法は偏微分方程式の代表的な数値解法の一つであり，構造問題，流体問題，電磁場問題など科学と工学の広範な領域で実用計算に，数値シミュレーションに，用いられている．計算機性能の向上に伴い，その適用可能範囲はどんどん広がりつつあり，今後その重要性は一層増大すると思われる．その数学的基礎理論の発展は計算の正当性を保証し，解析可能な問題の範囲を広げること，より精密な解析を可能にすることのために必須である．

本講義では，移流拡散方程式，定常 Stokes 方程式，非定常 Navier-Stokes 方程式と順を追って，流れ問題の有限要素近似理論を解説する．流れ問題において，移流項が存在する特徴は移流拡散方程式で，流速と圧力の混合型近似が現れる特徴は Stokes 方程式で，それぞれの特性を説明する．Navier-Stokes 方程式は，これらの両方の特徴を持つ非線形偏微分方程式系である．適切な関数空間を設定し，その枠組みで近似解の厳密解への収束性を論じる．有限要素法の大きな利点のひとつは汎用プログラミングに向いていることであり，実際の計算手法の要点と理論との関連も述べる．

これらの発展として，特性曲線に基づく有限要素近似，気液混相流など二流体問題への応用について最近の結果を述べる．特性曲線に基づく方法は物質微分を近似する考えに基づいており，元の問題が非対称であるにかかわらず，最終的に解くべき連立 1 次方程式の係数行列が対称行列になる利点がある．行列が対称であるか否かは，大規模線形計算において大きな違いがある．二流体問題では二流体を分離する界面位置は未知であり，その界面で表面張力が働いている状況を考える．この問題に対して収束性を保証する数値計算スキームはまだ確立されていないが，ある有限要素スキームについて数値的収束性を議論する．気泡上昇問題などいくつかの数値計算結果も紹介する．

有限要素法の基礎知識については，必要に応じて，講義中に補足する．