

数理科学特別講義 XII

10月22日(月)~10月26日(金)

14:40 - 16:40 数理科学研究科(駒場)123号室

竹井 義次 氏(京都大学数理解析研究所)

完全 WKB 解析と変換論 Painlevé 階層へ —

講義内容：

複素領域における線型常微分方程式や、非線型方程式である Painlevé 方程式・Painlevé 階層の完全 WKB 解析について解説するのがこの講義の目的である。

完全 WKB 解析は Borel 総和法に基礎を置く(プランク定数 \hbar に関する)漸近解析であり、微分方程式の解の大域的性質の解析に威力を発揮する。特に、線型方程式のモノドロミー保存変形を記述する Painlevé 方程式の場合は、付随する線型方程式も一緒に完全 WKB 解析の視点から議論することにより、その大域構造の解析が可能となる。

実際に解の大域的性質の解析を可能にするのは、変わり点と Stokes 曲線から成る Stokes 幾何と呼ばれる幾何学的対象と、Stokes 曲線上で成立する接続公式と呼ばれる解の間の解析的關係である。そして、この接続公式の導出にあたっては、標準的な方程式への変換論が重要な役割を果たす。

この講義では、超局所解析とも密接に関係するこうした変換論の解説を中心に、完全 WKB 解析の初歩から始めて、できれば高階 Painlevé 方程式の階層に対する最近の結果についても論じてみたい。具体的には、ほぼ次の順序で講義を進めていく予定である。

- §1. 完全 WKB 解析の基礎
- §2. 線型方程式に対する変換論
- §3. Painlevé 方程式に対する完全 WKB 解析
- §4. 高階 Painlevé 方程式の完全 WKB 解析に向けて

[参考書]

- 河合隆裕, 竹井義次: 特異摂動の代数解析学, 岩波書店, 1998.
- 岡本和夫: パンルヴェ方程式序説, 上智大学数学講究録 19, 1985.
- 高野恭一: 常微分方程式, 朝倉書店, 1994.