**数理科学特別講義 VI 数理科学持論 E**

5 月 14 日 (月)〜5 月 18 日 (金)

14:40 - 16:40 数理科学研究科 (駒場)123 号室

**谷内 靖 氏**（信州大学理学部）

# 非圧縮性流体の数理

講義内容：
自然界の流体の流れは、多くの場合、密度の変化は無視でき、そのような流体は非圧縮性流体（縮まない流体）と呼ばれる。この流体に粘性がある場合、流体の運動は Navier-Stokes 方程式により記述され、粘性がない場合、流体の運動は Euler 方程式により記述される。

$$
(\text{N-S})_\nu \qquad \begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}u - \nu\Delta u + u\cdot\nabla u + \nabla p = 0 & \text{in} \quad t>0 \quad \text{and} \quad x\in\mathbb{R}^n, \\ \nabla\cdot u = 0 & \text{in} \quad t>0 \quad \text{and} \quad x\in\mathbb{R}^n, \\ u|_{t=0} = u_0 & \text{in} \quad x\in\mathbb{R}^n, \end{cases}
$$

ここで、$u = (u^1(x,t), u^2(x,t), \cdots u^n(x,t))$, $p = p(x,t)$ はそれぞれ流体の速度場と圧力場を表す未知関数であり、$u_0$ は与えられた初期速度場、$\nu$ は粘性係数である。$\nu > 0$ の場合が Navier-Stokes 方程式であり、$\nu = 0$ の場合が Euler 方程式である。

この講義では特に、２次元 Euler 方程式の初期値問題に対し、初期条件が空間遠方で減衰も増大もしない場合の一意可解性を考察する。 Navier-Stokes 方程式に対しては、このような初期条件に対する可解性の研究は多くの研究者により発展させられている。この講義では Euler 方程式の解を Navier-Stokes 方程式の粘性係数を 0 に近づけたときの解の列の極限関数として構成する手法により、Euler 方程式の可解性を考察する。さらに、Euler 方程式の解の一意性を、Besov 空間等を用いて考察する。

- 関数空間（$L^p_{uloc}$, BMO, Besov 空間など）
- Navier-Stokes 方程式の可解性
- ２次元 Euler 方程式の大域可解性
- Euler 方程式の解の一意性
- 熱対流方程式 (時間に余裕があれば)